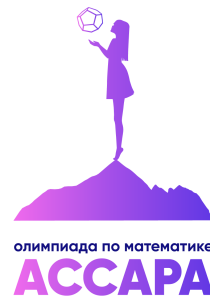


III Южно-Российская  
математическая олимпиада «Ассара»  
Майкоп, 11-15 октября 2024 года.



Младшие. День 1.  
12 октября 2024 года.

1. Есть набор из 50 карточек. Каждая карточка с двух сторон окрашена в один из трёх цветов — красный, синий или белый, причем для каждой карточки её две стороны окрашены в разные цвета. Карточки выложили на стол. Карточка *лежит красиво*, если выполнено хотя бы одно из двух условий: её верхняя сторона — красная; её нижняя сторона — синяя. Оказалось, что ровно 25 карточек лежат красиво. Затем все карточки перевернули. Теперь на столе некоторые карточки лежат красиво. Сколько их может быть?

2. Пусть  $p$  — простое число. Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $\frac{p}{a} + \frac{p}{b} = 1$ , а число  $a + b$  делится на  $p$ . Какие значения может принимать выражение  $\frac{a+b}{p}$ ?

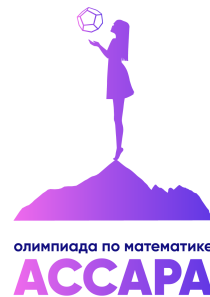
3. В клетках таблицы  $4 \times N$  написаны целые числа, по модулю не превосходящие 2024 (т.е. числа из множества  $\{-2024, -2023, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 2024\}$ ) так, что в каждой из четырёх строк нет двух равных чисел. При каком наибольшем  $N$  могло так оказаться, что в каждом столбце сумма чисел равна 2?

4. Существует ли описанный  $n$ -угольник, в котором каждая сторона длиннее диаметра вписанной окружности а) при  $n = 4$ ? б) при  $n = 7$ ? в) при  $n = 6$ ?

Время на работу  $3\frac{1}{2}$  часа.

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

III Южно-Российская  
математическая олимпиада «Ассара»  
Майкоп, 11-15 октября 2024 года.



Старшие. День 1.  
12 октября 2024 года.

1. Есть набор из 2024 карточек. Каждая карточка с двух сторон окрашена в один из трёх цветов — красный, синий или белый, причем для каждой карточки её две стороны окрашены в разные цвета. Карточки выложили на стол. Карточка *лежит красиво*, если выполнено хотя бы одно из двух условий: её верхняя сторона — красная; её нижняя сторона — синяя. Оказалось, что ровно 150 карточек лежат красиво. Затем все карточки перевернули. Теперь на столе некоторые карточки лежат красиво. Сколько их может быть?

2. Докажите, что в любом описанном 8-угольнике найдётся сторона, по длине не превосходящая диаметра вписанной окружности.

3. В клетках таблицы  $4 \times N$  написаны целые числа, по модулю не превосходящие 2024 (т.е. числа из множества  $\{-2024, -2023, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 2024\}$ ) так, что в каждой из четырёх строк нет двух равных чисел. При каком наибольшем  $N$  могло так оказаться, что в каждом столбце сумма чисел равна 23?

4. На координатной плоскости нарисована парабола  $p$  — график уравнения  $y = -x^2$ , и отмечена точка  $A$ , не лежащая на параболе  $p$ . Через точку  $A$  проводятся всевозможные параболы  $q$  вида  $y = x^2 + ax + b$ , пересекающие  $p$  в двух точках  $X$  и  $Y$ . Докажите, что всевозможные прямые  $XY$  проходят через фиксированную точку плоскости.

*Время на работу 4 часа.*

*Каждая задача оценивается из 7 баллов.*