V Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 9–13 октября 2026 г.

Младшие. День 1.
10 октября 2026 г.

1. В мешке 25 предметов: цветные ручки, карандаши и фломастеры. Известно, что если вынуть из мешка наугад 10 предметов, то среди обязательно найдется хотя бы один зеленый предмет. Также известно, что если вынуть из мешка наугад 15 предметов, то среди обязательно найдется хотя бы один карандаш. Докажите, что в мешке обязательно есть хотя бы один зелёный карандаш.

2. Дан треугольник ABC, в котором $\angle ABC = 2\angle BCA$. На стороне BC нашлась точка D такая, что $AC = AB + BD$. Докажите, что AD — биссектриса угла BAC.

3. Три различных натуральных числа a, b, c таковы, что для любого натурального числа k выполнено $\text{НОД}(a+k, b+k, c+k) = 1$. Докажите, что для любого натурального числа k выполнено

$$\text{НОД}(a + b + k, b + c + k, c + a + k) = 1.$$

4. В стране 101 город, некоторые города соединены дорогами. Всего в стране 400 дорог. Проезд по каждой дороге стоит какое-то целое количество рублей. При этом оказалось, что проезд по любому циклическому маршруту из нескольких различных дорог стоит ровно $100k$ рублей, где k — количество городов в этом циклическом маршруте. Докажите, что не менее чем у половины дорог стоимость проезда равна ровно 100 рублей.

Время на работу $3\frac{1}{2}$ *часа.*
Каждая задача оценивается из 7 баллов.

V Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 9–13 октября 2026 г.

Старшие. День 1.
10 октября 2026 г.

1. Положительные числа a, b, c, d таковы, что при любых вещественных x выполнено равенство

$$(ax+b)^2+(cx+d)^2=(x+1)^2.$$

Докажите, что $ad=bc$.

2. Три различных натуральных числа a, b, c таковы, что для любого натурального числа k выполнено НОД$(a+k, b+k, c+k)=1$. Докажите, что для любого натурального числа k выполнено

$$\text{НОД}(a+b+k, b+c+k, c+a+k)=1.$$

3. Дано натуральное число n. У Карины есть n пальм, начальная высота которых равна 0, и n волшебных торшеров высотой $1, 2, \ldots, n$ метров. Если пальма стоит целый день под торшером, который выше неё, она вырастает за этот день на один метр. Ночью торшеры можно переставлять. За какое минимальное число дней Карина может сделать так, чтобы высота всех пальм стала равной n метров?

4. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность с центром в точке O. Лучи AB и DC пересекаются в точке E. На отрезке CD выбрана произвольная точка X. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников ACX, BDX и EOX, лежат на одной прямой.

Время на работу 4 часа.
Каждая задача оценивается из 7 баллов.