V Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 9–13 октября 2026 г.

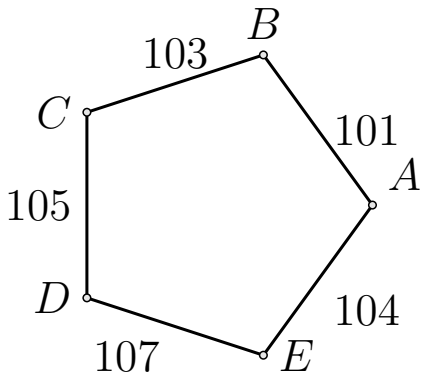
Младшие. День 2.
11 октября 2026 г.

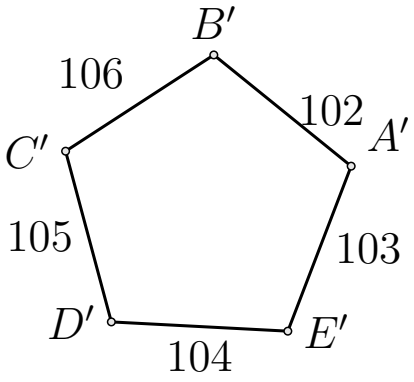
5. Даны две дроби $\frac{a}{10} < \frac{b}{2026}$, где a и b — натуральные числа. Докажите, что найдётся натуральное число n такое, что дробь $\frac{n}{20260}$ расположена между числами $\frac{a}{10}$ и $\frac{b}{2026}$, то есть $\frac{a}{10} < \frac{n}{20260} < \frac{b}{2026}$.

6. В клетчатом прямоугольнике 30×3 закрашен весь средний столбец из 30 клеток (а остальные клетки не закрашены). Ира хочет дополнительно закрасить k клеток в первом столбце и k клеток в третьем столбце, чтобы полученную клетчатую фигуру из закрашенных клеток можно было разрезать на уголки из трех клеток. При каком наименьшем k это возможно?

7. У Галии и Ралины вместе 90 монет — медных и серебряных. Все медные монеты весят одинаково, серебряные тоже весят одинаково, но серебряная монета тяжелее медной. Известно, что у Галии серебряных монет столько же, сколько у Ралины медных монет. Также известно, что средний вес всех монет Галии равен среднему весу всех монет Ралины. Определите, сколько может быть серебряных монет у Галии.

8. Даны два пятиугольника $ABCDE$ и $A'B'C'D'E'$, описанные вокруг окружностей ω и ω'. У пятиугольников даны длины сторон. См. рисунок. Докажите, что окружности ω и ω' равны.





Время на работу $3\frac{1}{2}$ часа.
Каждая задача оценивается из 7 баллов.

V Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 9–13 октября 2026 г.

Старшие. День 2.
11 октября 2026 г.

5. Даны две не равные друг другу дроби $\frac{a}{2b}$ и $\frac{c}{2d}$, где a, b, c, d — натуральные числа. Докажите, что существует натуральное число n такое, что дробь $\frac{n}{4bd}$ расположена строго между числами $\frac{a}{2b}$ и $\frac{c}{2d}$.

6. На плоскость положили три фишки в вершины некоторого треугольника ABC, затем фишку, стоящую в вершине A, сдвинули на расстояние 1, после чего три фишки оказались в вершинах нового треугольника $A'BC$. Могло ли так случиться, что
а) центры описанных окружностей треугольников ABC и $A'BC$ удалены больше, чем на 100?
б) центры вписанных окружностей треугольников ABC и $A'BC$ удалены меньше, чем на 0,01?

7. Для вещественных чисел $x \geqslant 3$, $y \geqslant 3$, $z \geqslant 3$ докажите неравенство

$$(x^2 - x + y)(y^2 - y + z)(z^2 - z + x) \geqslant 27xyz.$$

8. На плоскости невидимыми чернилами нарисован выпуклый многоугольник $A_1A_2 \ldots A_n$. За один вопрос Алина может назвать две точки X и Y на границе многоугольника: названная точка может быть вершиной или точкой на заданной стороне, делящей ее в заданном отношении. (Например, Алина может назвать точки: $X = A_5$, а Y — на стороне A_2A_3 такая, что $A_2Y : YA_3 = \sqrt{2}$.) В ответ на свой вопрос Алина получает значение площади одного из двух многоугольников, на который делится данный многоугольник $A_1A_2 \ldots A_n$ отрезком XY (без информации, какой именно из двух многоугольников берется). Сможет ли Алина за несколько ходов гарантированно узнать площадь данного многоугольника?

Время на работу 4 часа.
Каждая задача оценивается из 7 баллов.