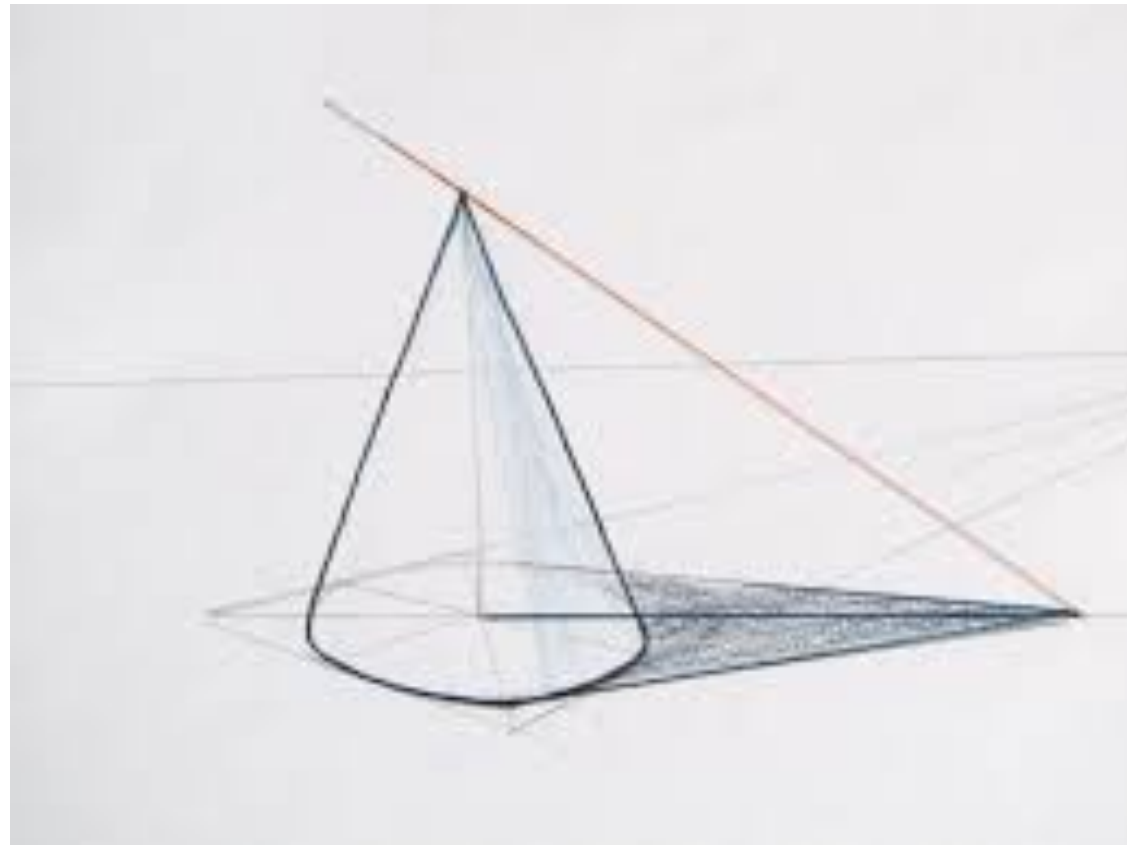


Школьные задачи на круглые тела

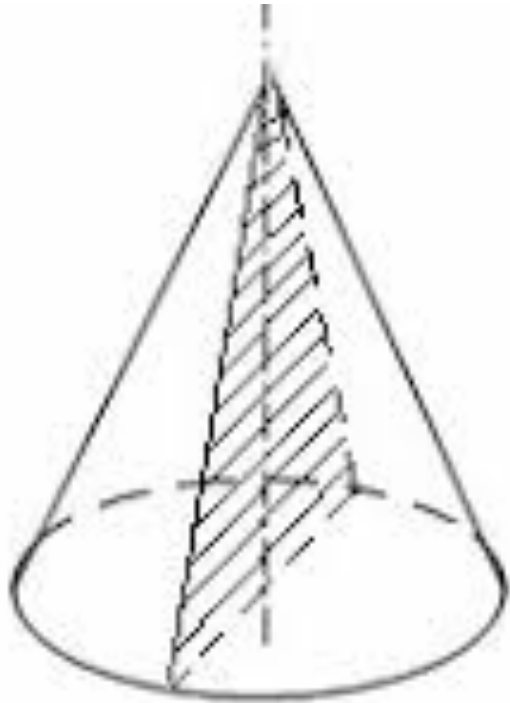
Дмитрий Мухин

mukhin@179.ru

1. На плоскости стоят конус и столб. Радиус основания конуса равен 1, а высота - 2. Основание столба находится на расстоянии 2 от центра основания конуса. Высота столба равна 4. Наверху столба расположен точечный источник света. Найти площадь тени конуса.

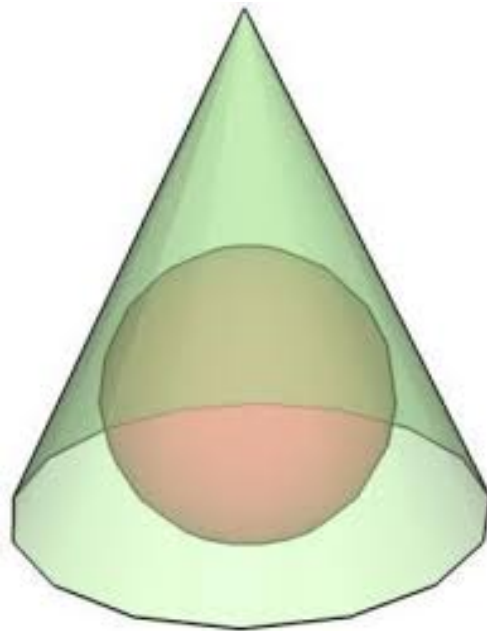


2. Через вершину конуса проведено сечение максимальной площади. Известно, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения. Найти угол в осевом сечении.

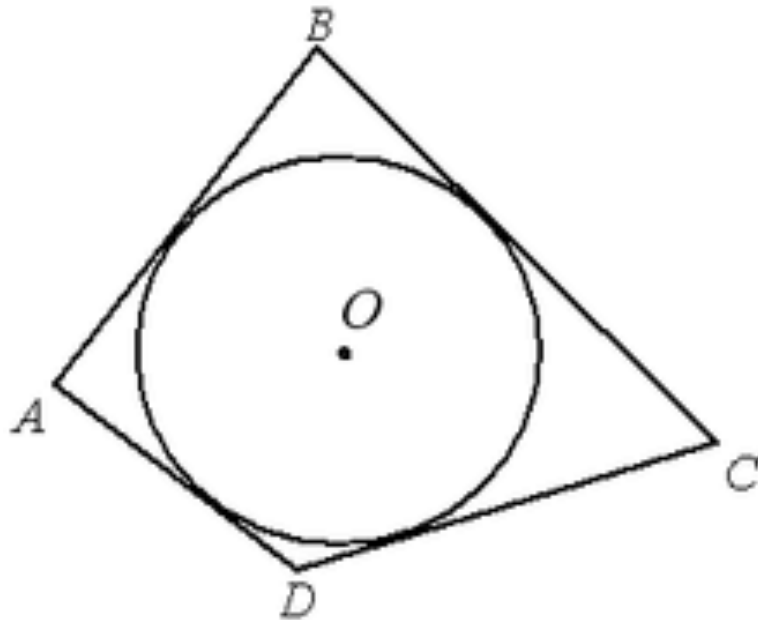


3.

а) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно 2019. Найти отношение их полных поверхностей.

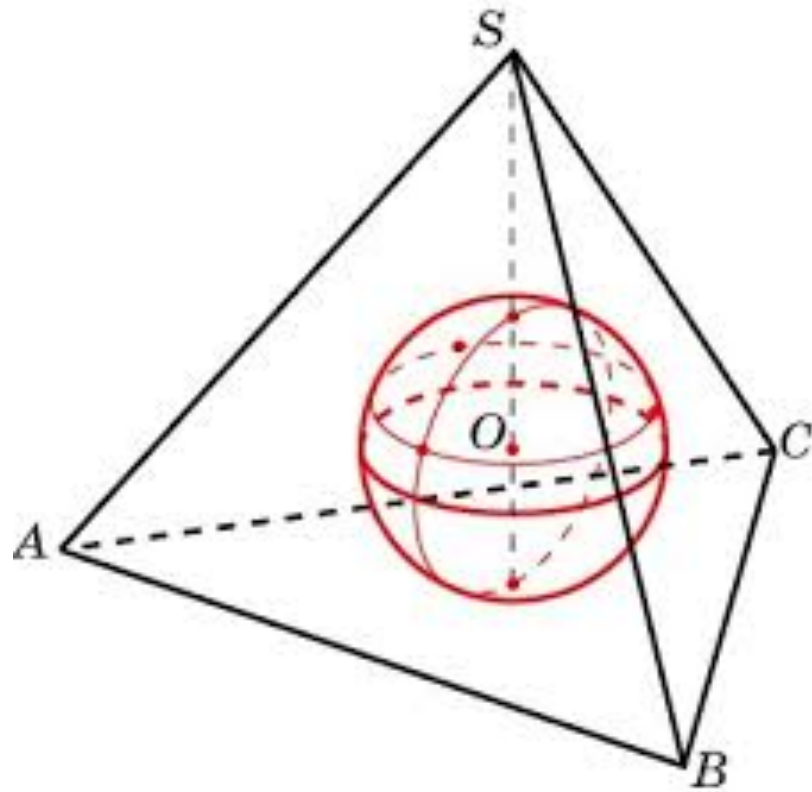


б) В многоугольник периметра P вписан круг радиуса R . Найдите площадь многоугольника.



$$S = \frac{1}{2} PR$$

в) В многогранник, площадь поверхности которого равна S вписан шар радиуса R . Найдите объем многогранника.



$$V = \frac{1}{3} SR$$

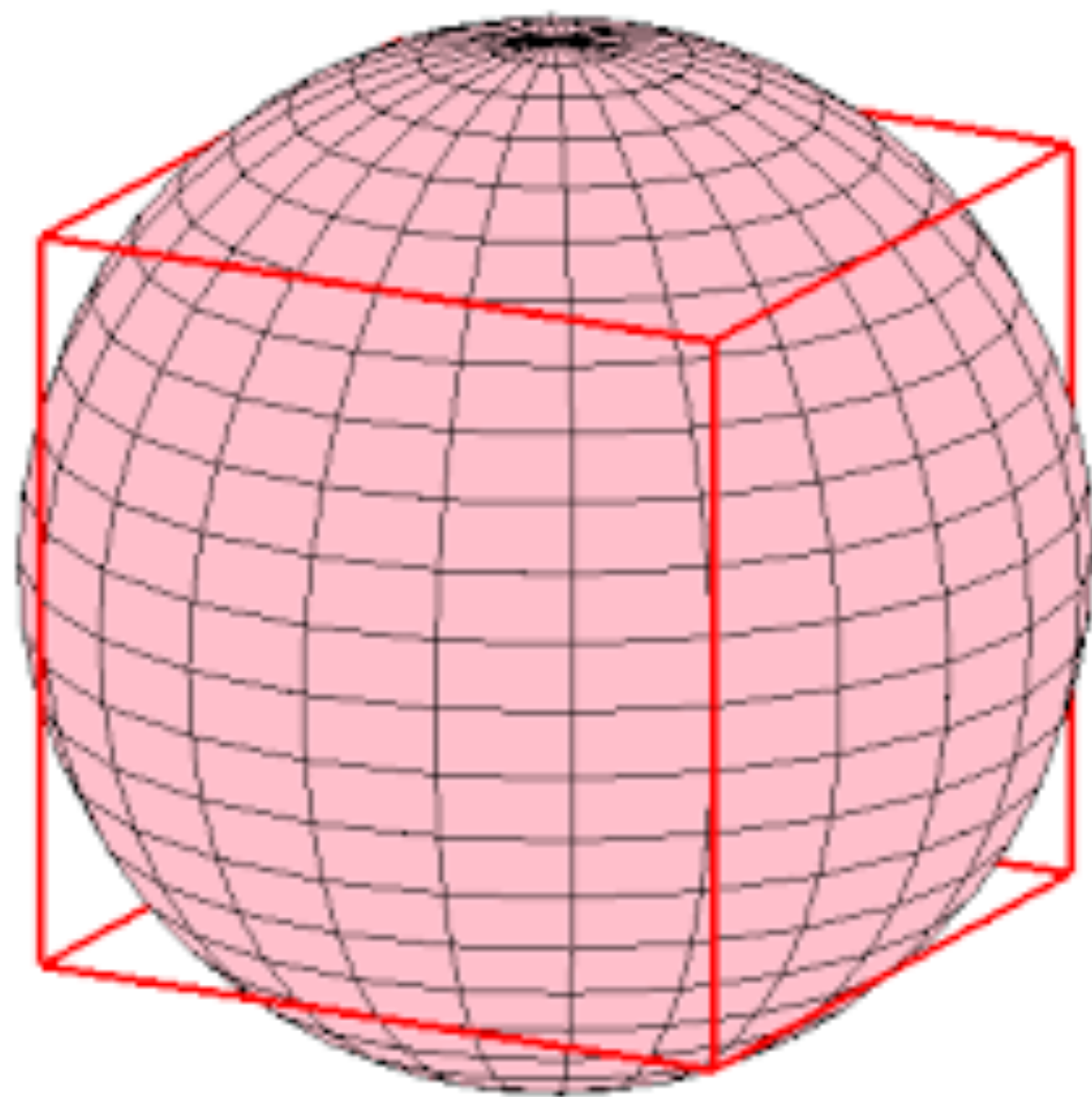
г) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно 1,5. Найти отношение их полных поверхностей.

4.

а) В четырехгранный угол вписана сфера. Докажите, что суммы его противоположных плоских углов равны.

б) В четырехугольник вписана окружность. Докажите, что суммы его противоположных сторон равны.

5. Космический аппарат сел на неподвижный астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат проехал по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Все это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там точно определили трехмерную траекторию аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ездил аппарат?



6. В кубическую коробку поместили три одинаковых шара. Докажите, что в такую же пустую коробку поместится и четыре таких шара.

