

ПАРАМЕТРЫ (10 класс)

1. Выясните, при каких значениях параметра a :

а) уравнение $ax^2 - 6x + a + 8 = 0$ имеет два различных положительных корня;

б) уравнение $(a^2 - 1)x^2 - (a^2 - 3a + 2)x + a^2 - a = 0$ имеет более двух корней.

Ответ: а) $0 < a < 1$; б) $a = -1$.

2. Выясните, при каких значениях параметра a :

а) уравнение $(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0$ имеет два действительных корня, один из которых меньше 1, а другой больше 1;

б) уравнение $(a-2)x^2 - 2(a+3)x + 4a = 0$ имеет два действительных корня, один из которых меньше 2, а другой больше 3?

Ответ: а) $-1 < a < -0,5$; б) $2 < a < 5$.

3А. Найдите все значения a , при которых сумма $\log_a(\sin x + 2)$ и $\log_a(\sin x + 3)$ равна единице хотя бы при одном значении x .

Ответ: $2 \leq a \leq 12$.

3Б. Найдите все значения a , при которых сумма $\log_a\left(\frac{3+2x^2}{1+x^2}\right)$ и $\log_a\left(\frac{5+4x^2}{1+x^2}\right)$ больше единицы при всех значениях x ?

Ответ: $1 < a \leq 8$

3В. При каких значениях a выражение $(\sin x)^{\lg(\sin x) - a^2}$ больше выражения $10^{\log_{100}(1 - \cos^2 x) + \log_7 a}$ при всех допустимых значениях x ?

Ответ: $0 < a \leq 1$.

4. Найдите все такие значения a , при которых уравнение $\sqrt{x+2a-1} + \sqrt{x-a} = 1$ имеет решения.

Ответ: $a \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$

5. Найдите все такие значения a , при которых уравнение $\sqrt{a - \sqrt{x+2a}} = x - a$ имеет решения.

Ответ: $\{0\} \cup [3; +\infty)$.

6. Найдите все такие значения параметра a , при которых имеет решения система

$$\begin{cases} y + a \geq 2|x - a|, \\ x + |y - a| = a + 1. \end{cases}$$

Ответ: $a \geq -\frac{1}{2}$.

7. Найдите все значения a , при которых уравнение $\sqrt{x^2 + 6x + 8} = \sqrt{a - 3x}$ имеет ровно одно отрицательное решение.

Ответ: $a \in \{-12, 25\} \cup (-12; -6) \cup [8; +\infty)$.

8. Найдите все такие значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x - a)(ax - 2a - 3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$

не имеет решений.

Ответ: $-2 < a \leq 0$.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a. \end{cases}$$

имеет ровно два решения

Ответ: $a = 2, a = 6$.

10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + ax = (2 - a)y, \\ y^2 + (2 - a)x = ay \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

Ответ: $a \leq 1$ или $a \geq 3$.

11. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: $a = 1$.

12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x|, \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение

Ответ: $a = 4$.

13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое решение уравнения $4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x - 1) + 2a = 0$ принадлежит отрезку $[1; 3]$.

Ответ: $-8,5 \leq a \leq -3,5$.

14. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2 + ax + 12} + 1) \cdot \log_5(x^2 + ax + 13) + \log_a 3 = 0$$
 имеет ровно одно решение.

Ответ: $a = 4\sqrt{2}$.

15. Найдите все такие значения a , при которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) = z, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)((1 - a) \ln(1 - xy) + 1) = 0. \end{cases}$$

Ответ: $a = 1$.

16. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2 \cdot 4^{\lg x} + 5 \cdot 25^{\lg x} = ax$, имеет решения.

Ответ: $a \geq 2\sqrt{10}$.

17. Найдите все такие значения параметра p , при которых неравенства $x(x + 2) \leq 3p$ и $x(x - 4) + p \leq 0$ имеют единственное общее решение.

Ответ: $p = 0; p = 4$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решения неравенства

$$\sqrt{a + \sqrt{x}} + \sqrt{a - \sqrt{x}} \leq \sqrt{2}$$
 образуют промежуток, длина которого равна $0,25$.

Ответ: $0,5$.