

Несколько задач на круглые тела

1. На плоскости стоят конус и столб. Радиус основания конуса равен 1, а высота — 2. Основание столба находится на расстоянии 2 от центра основания конуса. Высота столба равна 4. Наверху столба расположен точечный источник света. Найти площадь тени конуса, не считая площадь основания.

2. Через вершину конуса проведено сечение максимальной площади. Известно, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения. Найти угол в осевом сечении.

3. а) В многоугольник периметра P вписан круг радиуса R . Найдите площадь многоугольника.

б) В многогранник, площадь поверхности которого равна S вписан шар радиуса R . Найдите объем многогранника.

в) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно 2019. Найти отношение их полных поверхностей.

г) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно $3/2$. Найти отношение их полных поверхностей.

4. а) В четырехугольник вписана окружность. Докажите, что суммы его противоположных сторон равны.

б) В четырехгранный угол вписана сфера. Докажите, что суммы его противоположных плоских углов равны.

5. Космический аппарат сел на неподвижный астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат проехал по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Все это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там точно определили трехмерную траекторию аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ездил аппарат?

6. В кубическую коробку поместили 3 одинаковых шара. Докажите, что в точно такую же пустую коробку можно поместить 4 таких же шара.

Несколько задач на круглые тела

1. На плоскости стоят конус и столб. Радиус основания конуса равен 1, а высота — 2. Основание столба находится на расстоянии 2 от центра основания конуса. Высота столба равна 4. Наверху столба расположен точечный источник света. Найти площадь тени конуса, не считая площадь основания.

2. Через вершину конуса проведено сечение максимальной площади. Известно, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения. Найти угол в осевом сечении.

3. а) В многоугольник периметра P вписан круг радиуса R . Найдите площадь многоугольника.

б) В многогранник, площадь поверхности которого равна S вписан шар радиуса R . Найдите объем многогранника.

в) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно 2019. Найти отношение их полных поверхностей.

г) В конус вписан шар. Отношение их объемов равно $3/2$. Найти отношение их полных поверхностей.

4. а) В четырехугольник вписана окружность. Докажите, что суммы его противоположных сторон равны.

б) В четырехгранный угол вписана сфера. Докажите, что суммы его противоположных плоских углов равны.

5. Космический аппарат сел на неподвижный астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат проехал по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Все это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там точно определили трехмерную траекторию аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ездил аппарат?

6. В кубическую коробку поместили 3 одинаковых шара. Докажите, что в точно такую же пустую коробку можно поместить 4 таких же шара.