

XV Южный математический турнир.
Командная олимпиада. 15.10.2020.
Гранд-лига (10-11 кл). II часть.

ВНИМАНИЕ! Время на решение задач II части: 2 часа.

Сканирование/фотографирование работ и их отправка на адрес orlyonok@adygmath.ru
Пожалуйста, проверьте, что файлы с вашими решениями читаются!
Во всех задачах требуется **ПОЛНЫЙ ТЕКСТ РЕШЕНИЯ**.
Набранные баллы за II часть суммируются с баллами за I часть.

ЗАДАЧИ.

9. (7 баллов) Сколько способов расположить числа $1, 2, \dots, 2020$ в ряд так, чтобы для любых трёх подряд идущих чисел x, y, z (слева направо) было выполнено условие $x^2 + 2yz < z^2 + 2xy$?
10. (7 баллов) Решите в натуральных числах уравнение $x^{100} - y^{100} = 100!$.
11. (7 баллов) Точки A, C, K, L лежат на одной прямой. Рассматриваются окружности, касающиеся этой прямой в фиксированной точке (отличной от A, C, K, L). Касательные из A и C к окружности пересекаются в точке B . Касательные из K и L к окружности пересекаются в точке P . Докажите, что всевозможные прямые BP пересекают прямую AC в фиксированной точке (либо параллельны AC).
12. (7 баллов) На доске изначально написаны 100 чисел $1, 2, 3, \dots, 100$. За одну операцию можно стереть с доски два числа a, b и вместо них написать число $a + b + \frac{ab}{s}$, где s — сумма всех чисел, написанных на доске в момент после стирания чисел a и b . После 98 операций на доске остаются два числа $x \geq y$. Найдите наибольшее возможное значение x .