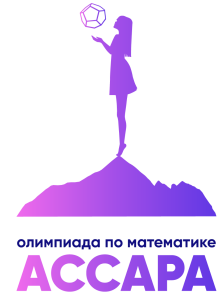


Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Сириус, 10-13 ноября 2022 года.

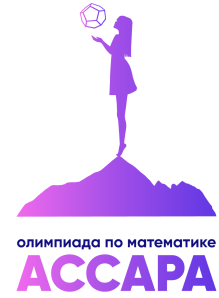


Младшие. День 1.
11 ноября 2022 года.

1. В олимпиаде участвуют Блондинки, Брюнетки, Рыжие и Шатенки. Рыжих вдвое больше, чем Шатенок. Блондинки и Рыжие составляют четверть от общего числа участниц, а Шатенки и Блондинки — пятую часть. Докажите, что число Брюнеток делится на 7.
2. В ряд выписано 2022 натуральных числа. Произведение любых двух соседних чисел является точным кубом. Докажите, что произведение двух крайних тоже является точным кубом.
3. При каких n вершины правильного n -угольника можно соединить n -звенной замкнутой ломаной так, чтобы у такой ломаной не было трёх равных звеньев?
4. У Нади есть 2022 карточки, на каждой из которых написана единица или семёрка. Известно, что есть и те, и те карточки. Надя рассмотрела все возможные 2022-значные числа, которые можно составить из всех этих карточек. Какое наибольшее значение может принимать наибольший общий делитель всех этих чисел?

*Время на работу $3\frac{1}{2}$ часа.
Каждая задача оценивается из 7 баллов.*

Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Сириус, 10-13 ноября 2022 года.



Старшие. День 1.
11 ноября 2022 года.

1. Даны три натуральных числа a , b и c . Оказалось, что они взаимно просты в совокупности. А их наименьшее общее кратное и их произведение являются точными квадратами. Докажите, что a , b и c — точные квадраты.
2. Числа $1, 2, 3, \dots, 100$ расставлены по кругу в некотором порядке. *Хорошей* парой назовем пару чисел одной чётности, между которыми стоит ровно 3 числа. Каково наименьшее возможное количество хороших пар?
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы B и D прямые. На сторонах AB , BC , CD , DA взяты соответственно точки K , L , M , N так, что $KN \perp AC$ и $LM \perp AC$. Докажите, что KM , LN и AC пересекаются в одной точке.
4. Алина умеет крутить периодическую десятичную дробь следующим образом: она находит у дроби минимальный предпериод, затем берёт число, составляющее период и переставляет в нём последнюю цифру в начало числа. Например, из дроби, $0,123(56708)$ она получит $0,123(85670)$. А какую дробь получит Алина из дроби $\frac{503}{2022}$?

Время на работу 4 часа.
Каждая задача оценивается из 7 баллов.