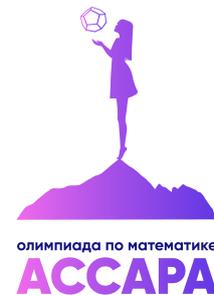


Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 23-27 октября 2023 года.



Младшие. День 1.
24 октября 2023 года.

1. На олимпиаде провели опрос участниц. 50 % участниц понравился первый тур, 60 % участниц — второй тур, открытие олимпиады понравилось 70% участниц. Известно, что каждой участнице понравился либо один вариант, либо все три. Определите процент участниц, оценивших положительно все три мероприятия.

2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ на стороне AD выбрана точка X , а диагонали пересекаются в точке E . Известно, что $AC = BD$, $\angle ABX = \angle AXB = 50^\circ$, $\angle CAD = 51^\circ$, $\angle AED = 80^\circ$. Найдите величину угла AXC .

3. В равенстве

$$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * \dots * 60 * 61 * 62 = 2023$$

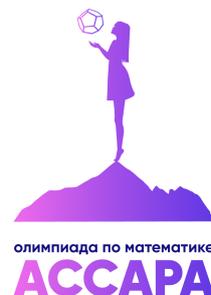
вместо каждой звездочки надо поставить один из знаков «+» (плюс), «−» (минус), «·» (умножить) так, чтобы равенство стало верным. Какое наименьшее количество знаков «·» может быть использовано?

4. В клетчатом квадрате 50×50 каждая клетка покрашена в один из 100 данных цветов так, что все цвета присутствуют и из квадрата нельзя вырезать одноцветную доминошку (т.е. прямоугольник 1×2). Галия хочет перекрасить все клетки одного из цветов в другой цвет (из данных 100 цветов) так, чтобы это условие сохранилось (т.е. по-прежнему нельзя было вырезать одноцветную доминошку). Верно ли, что Галия наверняка сможет это сделать?

Время на работу $3\frac{1}{2}$ часа.

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

Южно-Российская
математическая олимпиада «Ассара»
Майкоп, 23-27 октября 2023 года.



Старшие. День 1.
24 октября 2023 года.

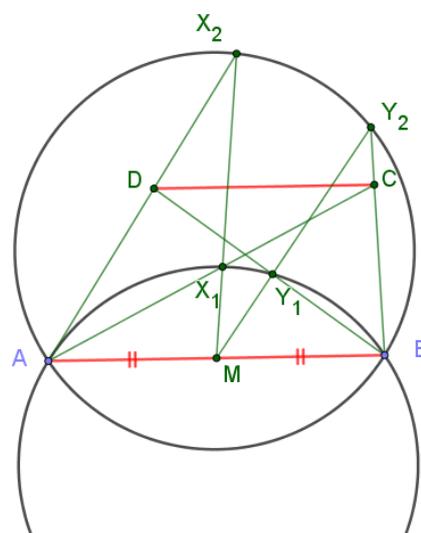
1. На олимпиаде проходил опрос участниц. 90 % участниц понравился первый тур, 60 % участниц — второй тур, открытие олимпиады понравилось 90% участниц. Известно, что каждой участнице понравилось не менее двух из этих трёх мероприятий. Определите процент участниц, оценивших положительно все три мероприятия.

2. Натуральные числа a и b таковы, что a^a делится на b^b . Можно ли утверждать, что тогда a делится на b ?

3. В клетчатом квадрате 50×50 каждая клетка покрашена в один из 100 данных цветов так, что все цвета присутствуют и из квадрата нельзя вырезать одноцветную доминошку (т.е. прямоугольник 1×2). Галия хочет перекрасить все клетки одного из цветов в другой цвет (из данных 100 цветов) так, чтобы это условие сохранилось (т.е. по-прежнему нельзя было вырезать одноцветную доминошку). Верно ли, что Галия наверняка сможет это сделать?

4. Две равные окружности Ω_1 и Ω_2 пересекаются в точках A и B ,

а M — середина AB . Из M провели два луча, лежащие в одной полуплоскости относительно AB (см. рис.). Первый луч пересекает окружности Ω_1 и Ω_2 в точках X_1 и X_2 , а вторым луч — в точках Y_1 и Y_2 соответственно. Пусть C — точка пересечения прямых AX_1 и BY_2 , а D — прямых AX_2 и BY_1 . Докажите, что $CD \parallel AB$.



Время на работу 4 часа.

Каждая задача оценивается из 7 баллов.