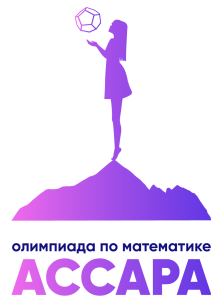


Южно-Российская  
математическая олимпиада «Ассара»  
Майкоп, 23-27 октября 2023 года.



Младшие. День 2.  
25 октября 2023 года.

5. В клетчатом прямоугольнике  $5 \times 5$  средняя строка и средний столбец покрашены в серый цвет. Вы выходите из угловой клетки и каждым ходом перемещаетесь в соседнюю по стороне клетку. За каждый переход из серой клетки в серую необходимо заплатить рубль. Какое наименьшее число рублей необходимо заплатить, чтобы обойти все клетки доски ровно по одному разу (возвращаться в исходную клетку не обязательно)?

6. У тёти Раи есть 14 головок сыра. Она выяснила, что из любых 6 головок она может выбрать 4 и положить их на весы так, чтобы весы пришли в равновесие. Тётя Рая хочет подарить Дауду Казбековичу две из этих 14 головок, а оставшиеся разделить между Павлом и Кириллом поровну (по весу). Докажите, что она сможет осуществить свое желание.

7. Дана возрастающая последовательность различных натуральных чисел  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$  такая, что для любых двух различных чисел этой последовательности их сумма не делится на 10. Известно, что  $a_n = 2023$ .

а) Может ли  $n$  быть больше 800?

б) Каково наибольшее возможное значение  $n$ ?

в) Для найденного в пункте б) значения  $n$  найдите количество таких последовательностей с  $a_n = 2023$ .

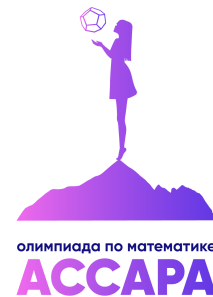
8. а) Дан выпуклый шестиугольник  $ABCDEF$ , имеющий центр симметрии. Докажите, что периметр треугольника  $ACE$  больше половины периметра шестиугольника  $ABCDEF$ .

б) Дан выпуклый  $(2n)$ -угольник  $P$ , имеющий центр симметрии, его вершины покрашены поочередно красным и синим. Пусть  $Q$  —  $n$ -угольник с красными вершинами. Можно ли утверждать, что периметр  $Q$  наверняка больше половины периметра  $P$ ? Решите задачу для  $n = 4$  и  $n = 5$ .

Время на работу  $3\frac{1}{2}$  часа.

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

Южно-Российская  
математическая олимпиада «Ассара»  
Майкоп, 23-27 октября 2023 года.



Старшие. День 2.  
25 октября 2023 года.

5. Даны три неотрицательных вещественных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Сумма модулей их попарных разностей равна 1, т.е.  $|a - b| + |b - c| + |c - a| = 1$ . Чему может быть равна сумма  $a + b + c$ ?

6. В клетчатом прямоугольнике  $5 \times 9$  средняя строка и средний столбец покрашены в серый цвет. Вы выходите из угловой клетки и каждым ходом перемещаетесь в соседнюю по стороне клетку. За каждый переход из серой клетки в серую необходимо заплатить рубль. Какое наименьшее число рублей необходимо заплатить, чтобы обойти все клетки доски ровно по одному разу (возвращаться в исходную клетку не обязательно)?

7. На координатной плоскости нарисована парабола — график квадратного трехчлена. На этой параболе лежат вершины треугольника  $ABC$  так, что биссектриса угла  $BAC$  параллельна оси  $Ox$ . Докажите, что середина медианы, проведенной из вершины  $A$ , лежит на оси параболы.

8. Девочка продолжает последовательность букв АССАРА... , дописывая одну из трёх букв А, Р или С. Дописывая очередную букву, девочка следит за тем, чтобы никакие две выписанные семёрки подряд идущих букв не совпадали. В некоторый момент оказалось, что дописать новую букву по этим правилам невозможно. Какая буква могла быть выписана последней?

*Время на работу 4 часа.*

*Каждая задача оценивается из 7 баллов.*